Allgemeiner Multiplikationssatz

Formel:

Der **allgemeine Multiplikationssatz** für Wahrscheinlichkeiten berechnet die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens eines Elementarereignisses und wird aus der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit abgeleitet.

Diese Wahrscheinlichkeit ist mit folgender Formel zu berechnen.

$$\mathbf{P\ (A \cap B) = P\ (B) \cdot P_B\ (A)}$$

Die Wahrscheinlichkeit eines Elementarereignisses ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten des zugehörigen Pfades (1. Pfadregel).

Beispiel:

Zwei Schulen B_1 und B_2 veranstalten gemeinsam einen Sporttag. Aus der Schule B_1 kommen 40% der Teilnehmer, aus der größeren Schule B_2 60% der Kinder. Für Fußball haben sich 30% der Kinder aus der Schule B_1 angemeldet, bei der Schule B_2 waren es 40%. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler aus der Schule B_2 kommt und sich für Fußball angemeldet hat.

Lösung:

$P\ (A \cap B_2) = P\ (B_2) \cdot P_{B2}\ (A) \quad \Rightarrow \quad P\ (A \cap B_2) = 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$

A: Die Wahrscheinlichkeit, dass der Schüler aus der Schule B_2 kommt und Fußball spielt, beträgt 0,24 (24%).

Spezieller Multiplikationssatz:

Für n unabhängige Ereignisse gilt:

$$\mathbf{P\ (A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n\ ) = P\ (A_1) \cdot P\ (A_2) \ldots \cdot P\ (A_3)}$$

Unabhängig sind Beispiele voneinander, wenn sie paarweise unabhängig voneinander sind und jedes Ereignis zusätzlich von allen Schnitten, die gebildet werden können unabhängig ist.

Beispiel: Eine Münze wird dreimal hintereinander geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es dreimal Kopf ist?

$P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P\ (A_1) \cdot P\ (A_2) \cdot P\ (A_3)$

$P\ (A_K \cap A_K \cap A_K) = P\ (0{,}5) \cdot P\ (0{,}5) \cdot P\ (0{,}5)$

P (3 mal Kopf) $= 0{,}5^3 = 0{,}125$ (12,5%)

A: Die Wahrscheinlichkeit, dass beim dreimaligen Werfen, dreimal Kopf geworfen wird, beträgt 12,5% (1 : 8).