

Definition Kreislinie:

Eine Kreislinie k ist dahingehend definiert, dass ausgehend von einem Mittelpunkt M alle Punkte X , die den konstanten Abstand r (Radius) haben, auf ihr liegen.

$$k [M;r] = \{ X \mid XM = r \}$$

k = Kreislinie M = Mittelpunkt r = Radius X = alle Punkte XM = Strecke XM

Formeln:

Kreisgleichung mit dem Mittelpunkt im Ursprung:

a) Koordinatenform: $k: x^2 + y^2 = r^2$

b) Vektorform: $k: \vec{x}^2 = r^2$

Kreisgleichung mit dem Mittelpunkt außerhalb des Ursprungs

a) Koordinatenform: $k: (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$

b) Vektorform: $k: (\vec{x} - \vec{m})^2 = r^2$

Beispiel:

Gib die Gleichung des Kreises $k \{M (2/-1) r = 5\}$ in Koordinatenform und Vektorform an und vereinfache diese Gleichungen.

Lösung:

1. Koordinatenform:

$$k: (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 25 \quad / - 25$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$$

2. Vektorenform:

$$k: (\vec{x} - \vec{m})^2 = r^2$$

$$(\vec{x} - \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix})^2 = 5^2$$

$$\vec{x}^2 - 2 * \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix} * \vec{x} + \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix}^2 = 25$$

$$\vec{x}^2 - 2 * \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix} * \vec{x} + 5 = 25 \quad / - 25$$

$$\vec{x}^2 - 2 * \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix} * \vec{x} - 20 = 0$$

$$\text{Nebenrechnung: } \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix}^2$$

$$\begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 * 2 + (-1) * (-1) = 4 + 1 = 5$$