Geometrische Folgen

Definition:

Eine Zahlenfolge a_n heißt **geometrische Folge**, wenn der Quotient je zwei aufeinander folgender Glieder konstant ist.

Diese Glieder sind verschieden von 0 und besitzen für alle $n \in N$ den gleichen Wert q.

Die Zahl q wird Quotient der geometrischen Folge genannt.

Formel:

$$q = b_{n+1} / b_n$$

Erklärung:

q = Differenz zwischen zwei geometrischen Folgen

b_n = beliebige geometrische Folge

b_{n+1} = nächsthöhere geometrische Folge

Termdarstellung der geometrischen Folge:

Jede geometrische Folge kann als eine auf N
definierte Exponentialfunktion interpretiert werden.

Die Formel für die Berechnung des n-ten Gliedes lautet:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Erklärung:

b_n = gesuchte geometrische Folge

b_1 = erste geometrische Folge

n = Anzahl der Glieder einer geometrischen Reihe

q = Differenz zwischen zwei geometrischen Folgen

Geometrische Folgen

Eigenschaften geometrischer Folgen:

Hinsichtlich der Formel gilt, wenn b1 > 0

a) $q > 1$ d.f. streng monoton steigend

b) $q = 1$ d.f. konstant

b) $q < 1$ d.f. streng monoton fallend

d) $q < 0$ d.f. nicht monoton

Beispiel einer geometrischen Folge:

$b_1 = 5$ und $q = 3$

Berechne b_5 und b_{12}

a) Lösung:

$b_n = b_1 * q^{n-1}$ d.f. $b_5 = 5 + 3^{5-1}$ d.f. $b_5 = 5 + 3^4$ d.f. $\mathbf{b_5 = 86}$

A: Das 5. Glied dieser geometrischen Folge ist 86.

b) Lösung:

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ d.f. $b_{12} = 5 + 3^{12-1}$ d.f. $b_{12} = 5 + 3^{11}$ d.f. $\mathbf{b_{12} = 177\ 152}$

A: Das 12. Glied dieser geometrischen Folge ist 177 152.

Geometrisches Mittel:

Jedes Glied ist ab dem zweiten Glied das geometrische Mittel der Nachbarglieder.

$\mathbf{b_n = \sqrt{(b_{n-1} \cdot b_{n+1})}}$

Beispiel:

$b_1 = 2$, $b_3 = 18$

d.f. $b_2 = \sqrt{(2 \cdot 18)}$

$\mathbf{b_2 = 6}$