Wurzeln ziehen AHS

Definition:

Die Wurzel ist die **Umkehrfunktion** zum Potenzieren einer Zahl, sofern der Radikand a nicht negativ ist.

$$x^n = a \quad \Leftrightarrow \quad x = \sqrt[n]{a}$$

n ∈ N und a, x > 0   Beispiel: $2^3 = 8$ d.f. $\sqrt[3]{8} = 2$

Der Vorgang des Wurzelziehens wird auch Radizieren genannt.

Bestandteile einer Wurzel:

Wurzelexponent n

$$\mathrm{x} = \sqrt[n]{a}$$

Wurzelwert x   Radikand

Darstellung der Wurzel als gebrochener Exponent:

Es besteht folgender Zusammenhang:
Der Wurzelexponent n ist der Nenner und der Exponent der Basis m ist der Zähler des gebrochenen Exponenten.

Darstellung als gebrochener Exponent: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Beispiele:

$$\sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt[5]{a^4} = a^{\frac{4}{5}}$$

Wurzeln ziehen AHS

©www.mein-lernen.at

Regeln für das Wurzel ziehen:

Multiplikation von Wurzeln: $\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$

Division von Wurzeln: $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Addieren von Wurzeln: $\sqrt{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a + b}$

Subtrahieren von Wurzeln: $\sqrt{a} - \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a - b}$

Potenzieren von Wurzeln: $(\sqrt[n]{a})^n = a \quad (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$

Verschachtelungsregeln von Wurzeln: $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[k*n]{a}$

Darstellung als gebrochener Exponent: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Herausheben Wurzeln $a\sqrt[n]{c} + b\sqrt[n]{c} = (a + b)\sqrt[n]{c}$

Teilweises Wurzelziehen: $\sqrt[n]{a^n * b} = \sqrt[n]{a^n} * \sqrt[n]{b} = a\sqrt[n]{b}$

Rational machen des Nenners:

Im Nenner sollten keine Wurzeln (irrationale Zahlen) stehen.

Den Vorgang die Wurzel im Nenner zu eliminieren nennt man Rational machen des Nenners.

Umgesetzt wird dieser Vorgang, indem man den Nenner geschickt erweitert.

Beispiel: $\frac{4}{\sqrt{3}}$

1. Schritt: Wir erweitern Zähler und Nenner jeweils mit √3

$$\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{9}}$$

2. Schritt: Wir vereinfachen (durch Wurzelziehen)

$$\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

Binomische Formeln mit Wurzeln:

Anmerkung: √ und ² eliminieren sich und daher ergibt $(\sqrt{a})^2 = a$ bzw. $(\sqrt{b})^2 = b$

1. Binomische Formel mit Wurzeln:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2 \cdot \sqrt{(a \cdot b)} + b$$

2. Binomische Formel mit Wurzeln:

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2 \cdot \sqrt{(a \cdot b)} + b$$

3. Binomische Formel mit Wurzeln:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

Beispiel:

$(\sqrt{2} + \sqrt{7}) * (\sqrt{2} - \sqrt{7}) =$

Rechenanweisung nach 3. binomischen Formel:

$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) * (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

$(\sqrt{2} + \sqrt{7}) * (\sqrt{2} - \sqrt{7}) = 2 - 7 = -5$