

Parameterdarstellung einer Ebene



Definition: ©www.mein-lernen.at

Jeder Punkt (Ortsvektor \vec{OX}) einer Ebene ε ist durch eine Vektoraddition darstellbar, indem zu einem bestehenden Ausgangspunkt \vec{OX}_1 das Vielfache (Parameter s und t) der beiden Richtungsvektoren \vec{a} und \vec{b} addiert wird.

Anders formuliert, wird die Ebene durch zwei Richtungsvektoren (\vec{a} und \vec{b}), die nicht parallel sind, von einem gegebenen Ausgangspunkt \vec{OX}_1 aufgespannt.

Formel:

$$\varepsilon: \vec{OX} = \vec{OX}_1 + s * \vec{a} + t * \vec{b} \quad s, t \in \mathbb{R}$$

\vec{OX} = Ortsvektor aller Punkte X der Ebene \vec{OX}_1 = gegebener Ausgangspunkt
 \vec{a} , \vec{b} = Richtungsvektoren s, t = Parameter

Beispiel:

gegeben: A (-3/+1/0), B (6/-2/5) und C (-5/2/3)

gesucht: Parameterdarstellung der Ebene in Vektorform

1. Schritt: Bildung der Richtungsvektoren \vec{AB} und \vec{AC}

Bilde mit der Spitze minus Schaft Formeln die Richtungsvektor \vec{AB} und \vec{AC} mit A (-3/+1/0), B (6/-2/5) und C (-5/2/3)

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} Bx - Ax \\ By - Ay \\ Bz - Az \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 - (-3) \\ -2 - 1 \\ 5 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +9 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} Cx - Ax \\ Cy - Ay \\ Cz - Az \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - (-3) \\ 2 - 1 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ +1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2. Schritt: Parameterdarstellung:

$$\varepsilon: \vec{OX} = \vec{OX}_1 + s * \vec{AB} + t * \vec{AC} \quad s, t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} + s * \begin{pmatrix} +9 \\ -3 \\ +5 \end{pmatrix} + t * \begin{pmatrix} -2 \\ +1 \\ -3 \end{pmatrix}$$