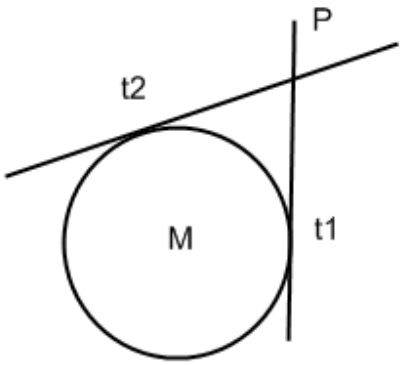
Kreis Tangenten von einem Punkt

Definition:

Hier werden von einem Punkt außerhalb des Kreises **Tangenten** an den Kreis gelegt!



Beispiel:

Ermitteln Sie die Gleichungen der Tangenten t_1 und t_2, die man vom Punkt P (4/9) an den Kreis k: $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 5$ legen kann.

1. Schritt: Wir ermitteln die Geradengleichung der Tangenten:

$y = kx + d$ mit Punkt (4/9)

d.f. $9 = 4k + d$ / - 4k

$d = (9 - 4k)$

2. Schritt: Wir ermitteln die Berührdbedingung des Kreises:

k: $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 5$

d.f. M (-1/4), $r^2 = 5$

$(x_M * k - y_M + d)^2 = r^2 * (k^2 + 1)$
$(-k - 4 + d)^2 = 5 * (k^2 + 1)$

3. Schritt: Wir berechnen k

Wir setzten das Äquivalent von d in die Berührbedingung ein:

$(-k - 4 + 9 - 4k)^2 = 5 * (k^2 + 1)$

©www.mein-lernen.at

Kreis Tangenten von einem Punkt

$(- 5k + 5)^2 = 5k^2 + 5$

$25k^2 - 50k + 25 = 5k^2 + 5 \quad / - 5k^2 - 5$

$20k^2 - 50k + 20 = 0 \quad / : 20$

$k^2 - 2{,}5k + 1 = 0$

pq-Formel:

$k^2 - 2{,}5k + 1 = 0$ d.f. $p = - 2{,}5$ und $q = 1$

$$k = -(\frac{p}{2}) \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$

$$k = -(\frac{-2,5}{2}) \pm \sqrt{(\frac{-2,5}{2})^2 - 1}$$

$$k = +1,25 \pm \sqrt{(-1,25)^2 - 1}$$

$$k = +1,25 \pm \sqrt{0,5625}$$

$$k = +1,25 \pm 0,75$$

$k_1 = + 1{,}25 - 0{,}75 = 0{,}5$

$k_2 = + 1{,}25 + 0{,}75 = 2$

4. Schritt: Wir berechnen d

$d_1 = (9 - 4 * 0{,}5) \Rightarrow d_1 = 7$

$d_2 = (9 - 4 * 2) \Rightarrow d_2 = 1$

5. Schritt: Wir stellen die Tangenten auf:

$t_1 = - 0{,}5x + 7$ und $t_2 = 2x + 1$

©www.mein-lernen.at