

# Lösen von Gleichungen



[Übungsblätter](#)

## Definition einer Gleichung:

Unter einer Gleichung versteht man die Gleichheit zweier Terme, die durch das Gleichheitszeichen (=) in eine Beziehung gesetzt werden

**Term 1 = Term 2**

Beispiel:  $4x + 2 = 8$

Die Menge aller Zahlen, die Bestandteil der Grundmenge sind und die Gleichung in eine **wahre Aussage** überführen, bilden die Lösungsmenge.

Die Lösungsmenge wird mittels **Äquivalenzumformungen** ermittelt.

## Lösen einer Gleichung:

---

Die Gleichung enthält eine Variable (Platzhalter).

Für diese muss die Zahl gefunden werden, die die Gleichheit der Terme erfüllt.

z.B.  $4 + x = 12$   $G = \mathbb{N}$  (Natürliche Zahlen)

$x = 8$

Wenn wir für x den Wert 8 einsetzen, sind beide Terme gleich.

## Lösungsmenge einer Gleichung:

Die Menge aller Zahlen, die Bestandteile der Grundmenge sind und die Gleichung in eine wahre Aussage überführen, bilden die Lösungsmenge.

Diese wird in einer geschwungenen Klammer angeschrieben.

# Lösen von Gleichungen ©www.mein-lernen.at

Beispiel:  $x = 8$

8 ist Bestandteil der Grundmenge der natürlichen Zahlen ( $\mathbb{N}$ )

d.f.  $L = \{8\}$

## Arten von Lösungsmengen:

a) Genau eine Zahl ist Teil der Lösungsmenge: z.B.  $x = 4$  d.f.  $L = \{4\}$

b) Keine Zahl ist Teil der Lösungsmenge: z.B.  $4 = 9$  d.f.  $L = \{\}$

c) Alle Zahlen sind Teil der Lösungsmenge: z.B.  $4 = 4$  d.f.  $L = \{\text{Definitionsmenge}\}$

## Ermittlung der Lösungsmenge:

Die Lösungsmenge wird mittels Äquivalenzumformungen ermittelt:

$$\text{z.B. } 4 + x = 12 \quad / - 4$$

$$4 - 4 + x = 12 - 4 \quad (\text{Wir subtrahieren auf beiden Seiten } - 4)$$

$$x = 8$$

## Probe einer Gleichung:

Die ermittelte Lösung wird in die Grundgleichung eingesetzt, um zu überprüfen, ob es eine wahre Aussage ergibt.

Vom vorigen Beispiel nehmen wir die Lösung 8 und setzen diese statt dem  $x$  in die Gleichung ein.

$$4 + x = 12 \quad \text{d.f. } 4 + 8 = 12 \quad \text{d.f. } 12 = 12 \text{ w.A.}$$

# Lösen von Gleichungen ©www.mein-lernen.at

**Beispiel für eine Gleichung:**

$$8x - (4 + 2x) = 4x - (5 - 3x)$$

*1. Schritt: Klammer auflösen:*

$$8x - 4 - 2x = 4x - 5 + 3x$$

*2. Schritt: Zusammenfassen*

$$6x - 4 = 7x - 5$$

*3. Schritt: Äquivalenzumformung das kleinere x muss weg*

$$6x - 4 = 7x - 5 \quad / - 6x$$

$$-4 = x - 5$$

*4. Schritt: Äquivalenzumformung die Zahl neben dem x muss weg*

$$-4 = x - 5 \quad / + 5$$

$$1 = x \quad \text{d.f. } L = \{1\}$$

*5. Schritt: Probe*

$$8 \cdot 1 - (4 + 2 \cdot 1) = 4 \cdot 1 - (5 - 3 \cdot 1)$$

$$8 - (4 + 2) = 4 - (5 - 3)$$

$$8 - (6) = 4 - (2)$$

2 ist gleich 2 w.A.