

Bruchterme Überblick

©www.mein-lernen.at

Definition:

Von einem **Bruchterm** spricht man, wenn bei einem Term die Variable(n) im **Nenner** stehen.

Der Nenner darf dabei nicht den Wert 0 annehmen.

Definitionsmenge:

Alle anderen Zahlen, die für die Variablen im Nenner eingesetzt nicht den Wert 0 ergeben,

bilden die **Definitionsmenge D des Bruchterms**.

Beispiel: Bilde die Definitionsmenge

$$\frac{1}{x+3} = \text{Grundmenge: } \mathbb{R}$$

Lösung:

Wir stellen den Nenner $\neq 0$.

$$x + 3 \neq 0 \quad / - 3$$

$$x \neq - 3$$

$$G = \mathbb{R} \setminus \{- 3\} \quad \text{Anmerkung } \setminus = \text{ohne}$$

Nennerbildung mittels Faktorisierung

Bei komplizierteren Bruchtermen wird der gemeinsame Nenner durch Faktorisierung (Zerlegung) ermittelt:

■ Bruchterme Überblick

©www.mein-lernen.at

Beispiel:

$$\frac{4}{3x - 6} - \frac{4 - x}{x^2 - 2x} =$$

Faktorisierung der beiden Nenner:

1. Nenner: $3x - 6$ d.f. $3 * (x - 2) * x$

Anmerkung: Wir erweitern mit x

2. Nenner: $x^2 - 2x$ d.f. $x * (x - 2) * 3$

Anmerkung: Wir erweitern mit 3

d.f. gemeinsamer Nenner: $3 * x * (x - 2)$

Ausgehend von den gemeinsamen Nennern erweitern wir die **vorhandenen Elemente** mit den **fehlenden Elementen** (hier mit x und 3)

Erweitern eines Bruchterms

Wenn man Zähler und Nenner mit der **gleichen Zahl/Variable multipliziert**, verändert sich der Wert des Bruchterms nicht.

Die Erweiterung von Bruchtermen ist erforderlich, wenn Bruchterme mit ungleichnamigen Nennern auf einen **gemeinsamen Nenner** gebracht werden sollen.

Beispiel: Erweitere folgenden Bruchterm mit $2x$

$$\frac{3y}{4 + x} =$$

$$\frac{3y * 2x}{(4 + x) * 2x} = \frac{6xy}{8x + 2x^2}$$

Kürzen eines Bruchs:

Wenn man Zähler und Nenner mit der **gleichen Zahl/Variable dividiert**, verändert sich der **Wert des Bruchterms nicht**.

Oft ist es nötig, dass vor dem Kürzen **Zahlen, Buchstaben** herausgehoben werden, oder **Binomische Formeln** erkannt werden.

Beispiel: Kürze folgenden Bruchterm

$$\frac{4a * 12c}{4a} = \frac{\cancel{4} * (a + 3c)}{\cancel{4}a} = \frac{\mathbf{a + 3c}}{\mathbf{a}}$$

Anmerkung: Wir heben zuerst im Zähler die Zahl 4 heraus und kürzen dann anschließend durch 4.

Bruchterme addieren:

a) Gleichnamige Bruchterme werden addiert, indem man ihre **Zähler addiert** und den **gemeinsamen Nenner unverändert** lässt.

Beispiel:

$$\frac{1}{5x} + \frac{3}{5x} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5x}}$$

b) Ungleichnamige Bruchterme werden addiert, indem man den **Nenner durch Erweitern gleichnamig** macht und dann die ebenfalls **erweiterten Zähler** addiert.

Bei komplizierteren Bruchtermen wird der gemeinsame Nenner durch **Faktorisierung (Zerlegung)** ermittelt.

$$\frac{1}{2y} + \frac{3}{4x} =$$

■ Bruchterme Überblick

©www.mein-lernen.at

Anmerkung: Der gemeinsame Nenner ist $4xy$, daher müssen wir:

a) den ersten Bruch mit $\cdot 2x$ erweitern

b) den zweiten Bruch mit $\cdot y$ erweitern

$$\frac{1 \cdot 2}{2y \cdot 2} + \frac{3 \cdot y}{4x \cdot y} =$$

$$\frac{2}{4xy} + \frac{3y}{4xy} = \frac{2 + 3y}{4xy}$$

Bruchterme subtrahieren:

a) **Gleichnamige Bruchterme** werden subtrahiert, indem man ihre **Zähler subtrahiert** und den **gemeinsamen Nenner unverändert** lässt.

$$\frac{9}{3x} - \frac{2}{3x} = \frac{7}{3x}$$

b) **Ungleichnamige Bruchterme** werden subtrahiert, indem man den **Nenner durch Erweitern gleichnamig macht** und dann die ebenfalls **erweiterten Zähler subtrahiert**.

Bei komplizierteren Bruchtermen wird der gemeinsame Nenner durch **Faktorisierung (Zerlegung)** ermittelt.

$$\frac{3}{2x} - \frac{3}{4x} =$$

Anmerkung: Der gemeinsame Nenner ist $4x$, daher müssen wir den ersten Bruch mit $\cdot 2$ erweitern:

$$\frac{3 \cdot 2}{2x \cdot 2} - \frac{3}{4x} =$$

$$\frac{6}{4x} - \frac{3}{4x} = \frac{3}{4x}$$

■ Bruchterme Überblick

©www.mein-lernen.at

Bruchterme multiplizieren:

Zwei **Bruchterme** werden **multipliziert**, indem man **Zähler mit Zähler** und **Nenner mit Nenner** multipliziert.

Um den Bruchterm zu vereinfachen muss auch oft **faktoriert** (herausgehoben) und/oder **gekürzt** werden.

$$\frac{2x - 4}{10y + 30} * \frac{15y + 45}{8x - 16} =$$

1. Schritt: Wir heben heraus:

$$\frac{2 * (x - 2)}{10 * (y + 3)} * \frac{15 * (y + 3)}{8 * (x - 2)} =$$

2. Schritt: Wir kürzen diagonal

$$\frac{\cancel{2} * \cancel{(x-2)}}{10 * (y+3)} * \frac{15 * (y+3)}{\cancel{8} * \cancel{(x-2)}} =$$

$$\frac{1 * 3}{2 * 4} = \frac{3}{8}$$

Nebenrechnungen:

10 und 15 werden jeweils gekürzt durch 5

Die Klammer (y + 3) kann gekürzt werden

Die Klammer (x - 2) kann gekürzt werden

2 und 8 werden jeweils gekürzt durch 2

Bruchterme dividieren:

Man dividiert durch einen Bruchterm, indem man mit seinem **Kehrwert multipliziert**. Um den Bruchterm zu vereinfachen muss auch oft faktorisiert (herausgehoben) und gekürzt werden.

Beispiel:

$$\frac{4x + 12}{6y + 24} : \frac{8x + 24}{12y + 48} =$$

1. Schritt: Wir bilden den Kehrwert

$$\frac{4x + 12}{6y + 24} * \frac{12y + 48}{8x + 24} =$$

2. Schritt: Wir heben heraus

$$\frac{4 * (x + 3)}{6 * (y + 4)} * \frac{12 * (y + 4)}{8 * (x + 3)} =$$

3. Schritt: Wir kürzen diagonal

$$\frac{4 * \cancel{(x + 3)}}{6 * \cancel{(y + 4)}} * \frac{\cancel{12} * (y + 4)}{\cancel{8} * \cancel{(x + 3)}} =$$

$$\frac{2}{2} = 1$$

Nebenrechnungen:

4 und 8 werden jeweils dividiert durch 4

Die Klammer (x + 3) kann gekürzt werden

6 und 12 werden jeweils dividiert durch 6

Die Klammer (y + 4) kann gekürzt werden.