Wurzelgleichungen Überblick

Definition:

©www.mein-lernen.at

Unter einer **Wurzelgleichung** versteht man eine Gleichung, in der die gesuchte Variable mindestens einmal unter einer Wurzel steht.

Vorgehensweise:

Grundlegende Rechenvorgänge beim Lösen von Wurzelgleichungen sind:

1. Bildung einer Definitionsmenge

Hier werden Werte aus der Grundmenge ausgeschlossen, die keine Lösung sein können.

2. Berechnung der Variablen

Dabei werden Wurzeln nach Möglichkeit isoliert und Summen und Differenzen werden quadriert, indem man sie wie 1. und 2. binomische Formeln berechnet.

3. Ergebnis durch eine Probe überprüfen

Hier ersetzen wir die Variable durch das berechnete Ergebnis und überprüfen, ob eine wahre oder falsche Aussage vorliegt.

Definitionsmenge:

Hier wird festgelegt, welche Werte von der Grundmenge ausgeschlossen werden müssen. Ausgeschlossen werden Werte, die zu einem negativen Ergebnis unter der Wurzel führen.

Beispiel:

$4 + \sqrt{(2x - 5)} = 6$ d.f. $2x - 5 \geq 0$ $/ + 5$ d.f. $2x \geq + 5$ $/ : 2$ d.f. $x \geq + 2{,}5$

d.f. Definitionsmenge: $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2{,}5\}$

Wurzeln isolieren:

Eine grundlegende Vorgehensweise bei Wurzelgleichungen ist das **Isolieren von Wurzeln**, da dadurch die Berechnungen vereinfacht werden können.

Beispiel:

$4x - 4 = 2*\sqrt{(x - 4)} + 6$ $/ - 6$ d.f. $4x - 10 = 2*\sqrt{(x - 4)}$ $/ : 2$ d.f. $2x - 5 = \sqrt{(x - 4)}$

Quadrieren von Summen/Differenzen:

Summen (a + b) und Differenzen (a - b) müssen beim Quadrieren nach **binomischen Formeln** aufgelöst werden:

Beispiel für eine quadrierte Summe:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ z.B. $(6 + \sqrt{3x})$ $/ ^2$ d.f. $(6 + \sqrt{3x})^2$ d.f. $36 + 12*\sqrt{3x} + 3x$

Beispiel für eine quadrierte Differenz

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ z.B. $(5 - 2\sqrt{7x})$ $/ ^2$ d.f. $(5 - 2\sqrt{7x})^2$ d.f. $25 - 20\sqrt{7x} + 28x$