

Parallelepiped Volumen

©www.mein-lernen.at



Beispiel:

gegeben: Parallelepiped mit den Richtungsvektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c}
gesucht: Volumen

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ +1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ +1 \\ +3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ +5 \end{pmatrix}$$

Lösung:

1. Schritt: Kreuzprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 * b_3 - a_3 * b_2 \\ a_3 * b_1 - a_1 * b_3 \\ a_1 * b_2 - a_2 * b_1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ +1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ +1 \\ +3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 * 3 - 1 * 1 \\ (-2) * 3 - 1 * (-2) \\ -2 * 1 - (-4) * (-2) \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -12 - 1 \\ -6 + 2 \\ -2 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -4 \\ -10 \end{pmatrix}$$

2. Schritt: Berechnung von $\vec{a} \times \vec{b} * \vec{c}$

$$\begin{pmatrix} -13 \\ -4 \\ -10 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ +5 \end{pmatrix}$$

$$(-13) * (-1) + (-4) * (-2) + (-10) * 5 = +13 + 8 - 50 = -29$$

3. Schritt: Volumensberechnung

$$V = | \vec{a} \times \vec{b} * \vec{c} | \quad \text{d.f. } V = | -29 | \quad \text{d.f. } V = 29 \text{ VE}$$

A: Das Volumen des Parallelepiped beträgt 29 VE.