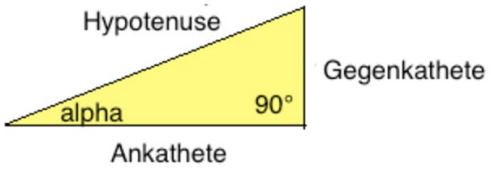
Tangens, Sinus und Cosinus

Definition:
Mit Winkelfunktionen (tan, sin, und cos) sind wir in der Lage, mittels eines Winkels und einer Seite alle anderen Größen eines rechtwinkligen Dreiecks auszurechnen.

Skizze:



Die Gegenkathete (hier Seite a) befindet sich gegenüber dem Winkel α.

Die Ankathete (hier Seite b) berührt den Winkel α.

Die Hypotenuse (hier Seite c) befindet sich gegenüber dem rechten Winkel

Berechnungen erfolgen mit dem Taschenrechner:

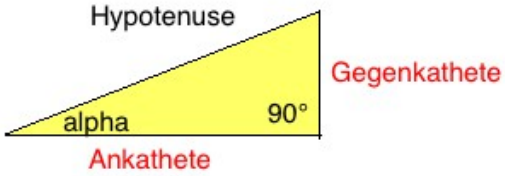
a) Umrechnung vom Winkel- ins Dezimalsystem:

z.B. sin 45° ⇒ Taschenrechner Taste "sin" ⇒ 0,707.....

b) Umrechnung vom Dezimal- ins Winkelsystem:

z.B. sin 0,707… ⇒ Taschenrechner Taste "$\sin^{-1}$" ⇒ 45°

Tangens:



Formel: $\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{GK}{AK}$

Beispiel:

Gegenkathete 18 m, Ankathete 12 m, alpha = ?

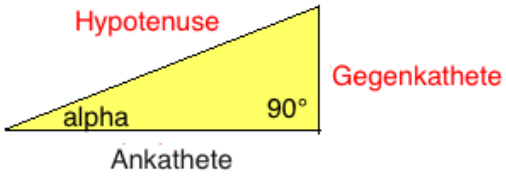
$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{18}{12} = 1{,}5$ / Taschenrechner 2nd tan ($\tan^{-1}$)

α = 56,31° A: Der Winkel alpha ist 56,31°.

©www.mein-lernen.at

Tangens, Sinus und Cosinus 2

Sinus:



Formel: sin α = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ = $\frac{\text{GK}}{\text{H}}$

Beispiel:

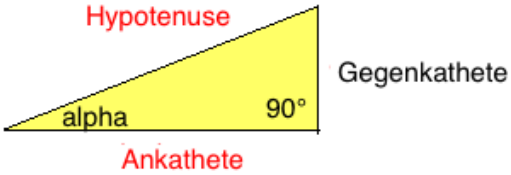
Gegenkathete 18 m, Hypotenuse 21,63 m alpha = ?

sin α = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ = $\frac{18}{21{,}63}$ = 0,832... / Taschenrechner 2nd sin ($\sin^{-1}$)

α = 56,32°

A: Der Winkel alpha ist 56,31°.

Cosinus:



Formel: cos α = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ = $\frac{\text{AK}}{\text{H}}$

Beispiel:

Ankathete 12 m, Hypotenuse 21,63 m, alpha = ?

cos α = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ = $\frac{12}{21{,}63}$ = 0,5547… / Taschenrechner 2nd cos ($\cos^{-1}$)

α = 56,30°

A: Der Winkel alpha ist 56,31°.

©www.mein-lernen.at

Tangens, Sinus und Cosinus 3

Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen:

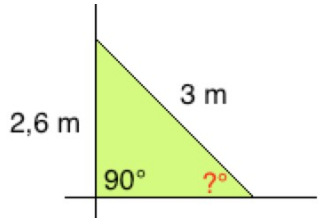
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$	$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$		
$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	cot = Kehrwert von tan	
$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$		
$\frac{1}{\tan^2 \alpha} + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$		

Vorzeichen der Winkelfunktionen:

	$0° < \alpha < 90°$	$90° < \alpha < 180°$	$180° < \alpha < 270°$	$270° < \alpha < 360°$
sin α	+	+	-	-
cos α	+	-	-	+
tan α	+	-	+	-

Textaufgabe mit Winkelfunktionen:

Eine 3 Meter lange Leiter wird an eine Wand gelehnt und reicht 2,5 m hoch.
Welchen Neigungswinkel schließt die Leiter mit der waagrechten Bodenflächen ein?



1. Schritt: Wir definieren die Variablen

Gegenkathete (GK) = 2,6 m Hypotenuse (H) = 3 m Neigungswinkel α = ?

gewählte Winkelfunktion: sin α

2. Schritt: Wir berechnen den Neigungswinkel α

dd

$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete (GK)}}{\text{Hypotenuse}}$ d.f. $\sin \alpha = \frac{2{,}6}{3}$ d.f. $\sin \alpha = 0{,}86.....$ / Taschenrechner $\sin^{-1}$

α = 60,7° A: Der Neigungswinkel beträgt 60,7°.

©www.mein-lernen.at