Mitternachtsformel ©www.mein-lernen.at

Übungsblätter

Definition:

Mit der **Mitternachtsformel** können Gleichungen der allgemeinen quadratischen Form $ax^2 + bx + c = 0$ für die gilt: $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$, gelöst werden.

Die Mitternachtsformel wird hinsichtlich ihrer drei Variablen auch abc-Formel genannt.

Formel:

Die Mitternachtsformel wird folgendermaßen gebildet:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fallunterscheidungen:

Die **Diskriminante (b^2 - 4ac)** entscheidet über die Anzahl der Lösungen der quadratischen Gleichung

a) D > 0 d.f. 2 Lösungen

Wenn das Ergebnis der Diskriminante größer als Null ist (positive Zahl), erhalten wir **zwei** Lösungen.

$L = \{x_1; x_2\}$ da zwei Schnittpunkte mit der x-Achse

b) D = 0 d.f. 1 Lösung

Wenn das Ergebnis der Diskriminante gleich Null ist, erhalten wir **eine** Lösung.

L = {x} da ein Berührungspunkt mit der x-Achse

c) D < 0 d.f. keine Lösung

Wenn das Ergebnis der Diskriminante kleiner als Null ist (negative Zahl), erhalten wir **keine** Lösungen.

L = { } da kein Schnittpunkt mit der x-Achse

Beispiel:

---

gegeben: $4x^2 + 8x - 60 = 0$ Grundmenge = $\mathbb{R}$

gesucht: x_1, x_2

1. Schritt: Variablen definieren

a = + 4, b = + 8 und c = -60

2. Schritt: Mitternachtsformel

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4 * 8 * (-60)}}{2 * 4}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(64 + 960}}{8}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{1024}}{8}$$

$$x = \frac{-8 \pm 32}{8}$$

3. Schritt: Wir bestimmen x_1 und x_2

$x_1 = (- 8 + 32) : 8$

$\Rightarrow x_1 = 24/8$

$\Rightarrow x_1 = +3$

$x_2 = (- 8 - 32) : 8$

$\Rightarrow x_1 = -40/8$

$\Rightarrow x_2 = -5$

L = {-5;+3}

4. Schritt: Probe mit $x_1 = + 3$

$4 \bullet 3^2 + 8 \bullet 3 - 60 = 0$

$36 + 24 - 60 = 0$

d.f. wahre Aussage

Probe mit $x_2 = -5$

$4 \bullet (-5)^2 + 8 \bullet (-5) - 60 = 0$

$100 - 40 - 60 = 0$

d.f. wahre Aussage