Komplexe Zahlen ©www.mein-lernen.at

Komplexe Zahlen Überblick

MEIN-LERNEN.AT

Übungsblatt

Definition:

Bisher brachte die Gleichung $x^2 = -1$ keine Lösung für $\mathbb{R}$.

Mithilfe der Einführung einer **imaginären Einheit i** werden Gleichungen mit Negativzahlen unter der Wurzel lösbar.

Zusammensetzung komplexer Zahlen:

Menge der komplexen Zahlen: $\mathbb{C}$

$$k = a + bi \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

Erklärung:

k = komplexe Zahl

a = Realteil der komplexen Zahl

b • i = Imaginärteil der komplexen Zahl

Beispiel für eine komplexe Zahl:

$$+5 - 2i$$

reelle Zahl imaginäre Zahl

Komplexe Zahlen

©www.mein-lernen.at

Umrechnung imaginärer Zahlen:

Vereinfache folgende imaginäre Zahlen:

a) $i^2 \Rightarrow$ **- 1**

b) $i^3 \Rightarrow i^2 \bullet 1 \Rightarrow -1 \bullet i \Rightarrow$ **- i**

c) $i^4 \Rightarrow i^2 \bullet i^2 \Rightarrow -1 \bullet -1 \Rightarrow$ **1**

d) $i^5 \Rightarrow i^4 \bullet i \Rightarrow 1 \bullet i \Rightarrow$ **i**

e) $i^6 \Rightarrow i^3 \bullet i^3 \Rightarrow -i \bullet -i \Rightarrow i^2 \Rightarrow$ **- 1**

f) $i^7 \Rightarrow i^4 \bullet i^3 \Rightarrow 1 \bullet -i \Rightarrow$ **- i**

g) $i^8 \Rightarrow i^4 \bullet i^4 \Rightarrow 1 \bullet 1 \Rightarrow +$ **1**

Addieren und Subtrahieren:

Bei der Addition bzw. Subtraktion von komplexen Zahlen werden die Realteile und Imaginärteile getrennt voneinander addiert bzw. subtrahiert.

z.B. - 2 + 4i und + 4 - 3i

Addition:

- 2 + 4i + (4 - 3i) =

- 2 + 4i + 4 - 3i =

+ 2 + i

Subtraktion:

- 2 + 4i - (4 - 3i) =

- 2 + 4i - 4 + 3i =

- 6 + 7i

Komplexe Zahlen

©www.mein-lernen.at

Multiplikation:

Bei der Multiplikation von komplexen Zahlen werden diese wie Binome multipliziert.

z.B. - 2 + 4i und + 4 - 3i

Multiplikation:

$(-2 + 4i) \cdot (+4 - 3i) =$

$-8 + 16i + 6i - 12i^2 =$

$-8 + 22i - 12i^2 =$

$-8 + 22i - 12 \cdot (-1) =$ Anmerkung $i^2 = -1$

$-8 + 22i + 12 =$

+ 4 + 22i

Division:

Bei der Division von komplexen Zahlen werden diese als Bruch angeschrieben und der Nenner wird rational gemacht.

z.B. - 2 + 4i und + 4 - 3i

Division:

$$\frac{-2 + 4i}{+4 - 3i}$$

Rationalmachung des Nenners:

$$\frac{(-2 + 4i) \cdot (+4 + 3i)}{(+4 - 3i) \cdot (+4 + 3i)} =$$

Komplexe Zahlen ©www.mein-lernen.at

$$\frac{-8 + 16i - 6i + 12i^2}{16 - 9i^2} =$$

$$\frac{-8 + 10i + 12 \cdot (-1)}{16 - 9 \cdot (-1)} =$$

$$\frac{-8 + 10i - 12}{16 + 9} =$$

$$\frac{-20 + 10i}{25} =$$

$$-4/5 + 2i/5 =$$

- 0,8 + 0,4i

Potenzieren von komplexen Zahlen:

Hier wenden wir die binomischen Formeln an!

$(-2 + 4i)^2 =$

$4 - 16i + 16i^2 =$

$i^2 = -1$

$4 - 16i + 16 \cdot (-1) =$

$4 - 16i - 16 =$

- 12 - 16i