Cosinussatz Überblick

Definition:

Mit dem Cosinussatz kann in jedem Dreieck, auch im schiefwinkligen mit zwei Seiten die dritte Seite ausgerechnet werden (trigonometrischer Pythagoras).

Cosinusformeln für Seiten:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos \alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos \gamma$

Cosinusformeln für Winkel:

Die Winkel können aus folgenden umgeformten Formeln direkt berechnet werden:

$$\cos \alpha = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{2bc}$$

$$\cos \beta = \frac{(a^2 + c^2 - b^2)}{2ac}$$

$$\cos \gamma = \frac{(a^2 + b^2 - c^2)}{2ab}$$

Anwendung:

Im Gegensatz zu den den herkömmlichen Winkelfunktionen (Sinus, Tangens, und Cosinus) kann die Cosinusformel bei allen schiefwinkligen Dreiecken angewendet werden. Bei Vermessungsaufgaben ist er neben dem Sinussatz einer der wichtigsten Rechenanwendungen.

Der Cosinussatz wird bei folgenden Angaben angewendet:

a) wenn alle drei Seiten gegeben (SSS) sind und die Dreiecksungleichung (die Summe zweier Seiten ist stets größer als die dritte Seite) gilt.

b) wenn zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel (SWS) bekannt sind.

Beispiel:

schiefwinkliges Dreieck: $c = 54$ m, $b = 62$ m, $\alpha = 52°$ gesucht: $a = ?$

1. Schritt: wir wählen die geeignete Cosinusformel aus

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos \alpha$

2. Schritt: Wir berechnen a

$a^2 = 62^2 + 54^2 - 2 * 62 * 54 * \cos 52°$

$a^2 = 2\,637{,}53 \ldots \quad / \sqrt{}$

$a = 51{,}36$ m

©www.mein-lernen.at