

Definition:

Mit der **Vektor-Winkel-Formel** können Winkel zwischen zwei Vektoren berechnet werden.

Der Zähler ist das **skalare Produkt** der beiden Richtungsvektoren \vec{a} und \vec{b} .

Der Nenner ist das Produkt der **beiden Beträge** der Richtungsvektoren $|\vec{a}| * |\vec{b}|$.

Gesucht ist immer der spitze Winkel. Ergibt sich als Lösung ein stumpfer Winkel, so wird der **Supplementärwinkel** als Lösung angegeben: $\rho' = 180^\circ - \rho$

Formel:

$$\cos \rho = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|}$$

$\cos \rho =$ Vektorwinkel

\vec{a} = Richtungsvektor \vec{a} \vec{b} = Richtungsvektor \vec{b}

$|\vec{a}|$ = Betrag/Länge vom Richtungsvektor \vec{a}

$|\vec{b}|$ = Betrag/Länge vom Richtungsvektor \vec{b}

Beispiel:

Berechne den Winkel, den die beiden Vektoren einschließen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und Vektor } \vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ +3 \end{pmatrix}$$

$$\cos \rho = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|} \quad \text{d.f.} \quad \cos \rho = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 10 \\ +3 \end{pmatrix}}{\sqrt{17} * \sqrt{109}}$$

Nebenrechnungen:

$$|\vec{a}| = \sqrt{(x^2 + y^2)} \quad \text{d.f.} \quad |\vec{a}| = \sqrt{(1^2 + 4^2)} \quad \text{d.f.} \quad |\vec{a}| = \sqrt{17}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(x^2 + y^2)} \quad \text{d.f.} \quad |\vec{b}| = \sqrt{(10^2 + 3^2)} \quad \text{d.f.} \quad |\vec{b}| = \sqrt{109}$$

$$\cos \rho = \frac{1 * 10 + 4 * 3}{\sqrt{17} * \sqrt{109}} \quad \text{d.f.} \quad \cos \rho = \frac{22}{\sqrt{17} * \sqrt{109}}$$

$$\cos \rho = 0,511.... \quad \cos^{-1} \text{ Taschenrechner} \quad \rho = 59,26^\circ$$